

STATIKA 1

MODUL 9

Sesi 1

PELENGKUNG TIGA SENDI

Dosen Pengasuh :
Ir. Thamrin Nasution

Materi Pembelajaran :

1. Konsep Dasar.
2. Langkah-langkah Penyelesaian.
3. PORTAL SIMETRIS.
 - a. Memikul Muatan Terpusat Vertikal Tunggal
 - b. Memikul Muatan Terpusat Vertikal dan Horisontal.

WORKSHOP/PELATIHAN

Tujuan Pembelajaran :

- *Mahasiswa memahami dan mengetahui tentang gaya-gaya dalam dari struktur portal kaki tunggal dan kaki tidak simetris dengan rasuk gerber, memikul beban terpusat dan terbagi rata, mengetahui cara menggambarkan garis pengaruh.*

DAFTAR PUSTAKA

- a) Soemono, Ir., "*STATIKA I*", Edisi kedua, Cetakan ke-4, Penerbit ITB, Bandung, 1985.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada pemilik hak cipta photo-photo, buku-buku rujukan dan artikel, yang terlampir dalam modul pembelajaran ini.

Semoga modul pembelajaran ini bermanfaat.

Wassalam

Penulis

Thamrin Nasution

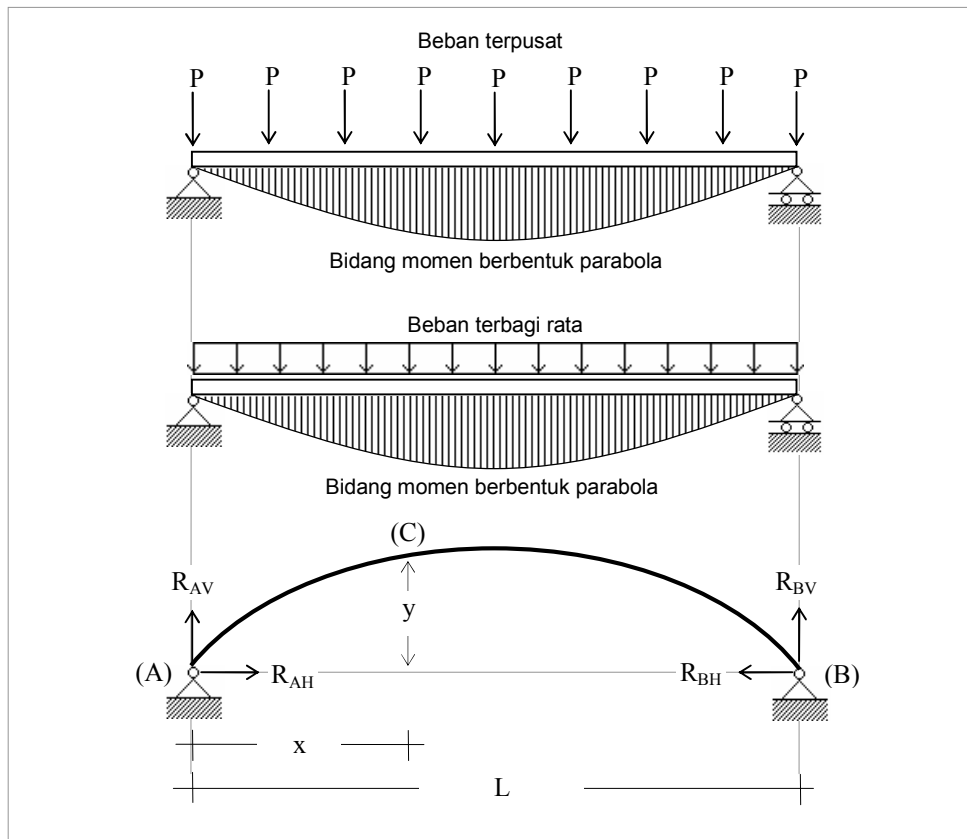
thamrinnst.wordpress.com

thamrin_nst@hotmail.co.id

PELENGKUNG TIGA SENDI

1. KONSEP DASAR.

Apabila pada suatu konstruksi balok diatas dua perletakan diberikan beban terpusat seperti diatas, ataupun beban terbagi rata penuh, maka bidang momen yang terjadi akan berbentuk parabola.



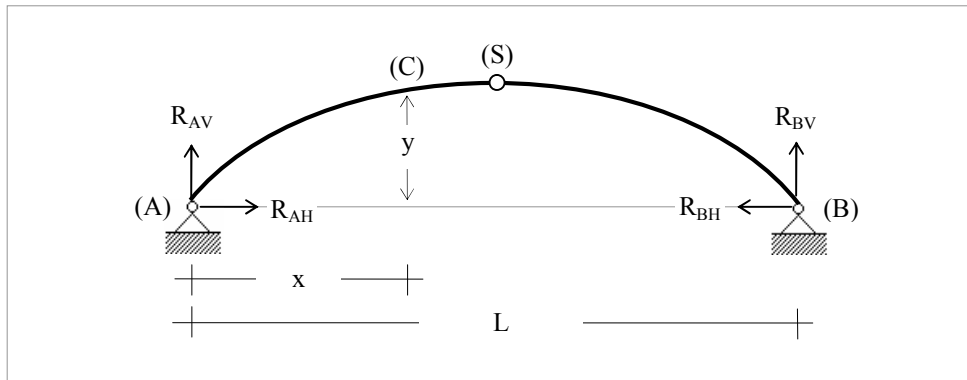
Gambar 1 : Bangunan Pelengkung.

Untuk mengurangi momen yang terjadi dibuat konstruksi pelengkung, dimana kedua perletakannya digunakan sendi. Pada kedua perletakan ini akan muncul reaksi perletakan R_{AH} , R_{AV} , R_{BH} dan R_{BV} . Reaksi perletakan ini berusaha menghalang-halangi beralihnya ujung pelengkung baik mendatar maupun vertikal. Momen yang terjadi menjadi kecil, sebagai berikut :

$$M_C = R_{AV} \cdot x - R_{AH} \cdot y$$

Akibat bentuk konstruksi seperti ini (sendi-sendi) maka struktur menjadi statis tidak tertentu. Untuk mengembalikan struktur ini menjadi struktur statis tertentu maka diantara perletakan sendi A dan B dibuat satu sendi lagi (sendi S), lihat gambar 2 berikut. Sehingga terdapat satu syarat lagi dimana momen pada sendi S tersebut harus nol, dengan demikian,

$$\Sigma M_A = 0 \quad \Sigma M_B = 0 \quad \Sigma M_S = 0 \quad \Sigma V = 0 \quad \Sigma H = 0$$



Gambar 2 : Bangunan Pelengkung tiga sendi.

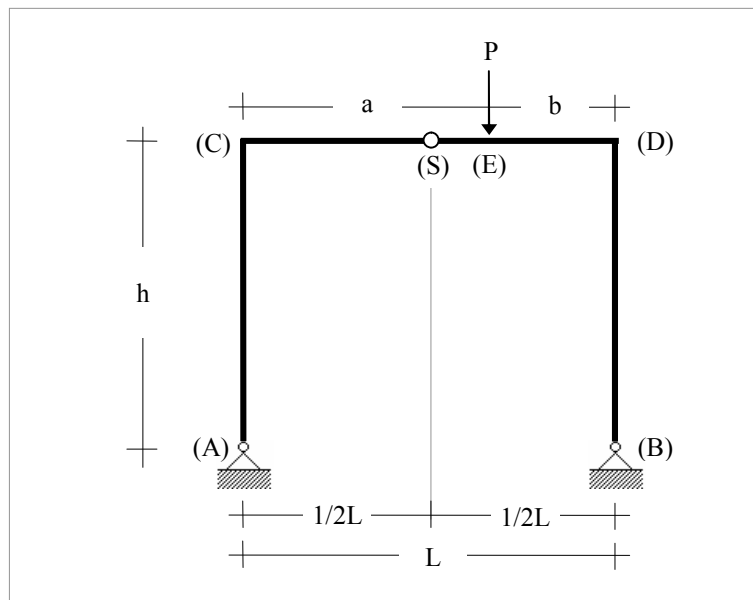
2. LANGKAH-LANGKAH PENYELESAIAN.

Langkah-langkah penyelesaian pada struktur pelengkung tiga sendi dapat dilakukan sebagai berikut,

- Langkah pertama, sendi S dihapus dan salah satu perletakan sendi (sendi A atau B) digantikan dengan rol.
- Kemudian dihitung reaksi perletakan A dan B, baik vertikal maupun horisontal.
- Dengan reaksi ini, dihitung momen yang terjadi pada S, dinamakan M_S^0 .
- Sendi S dipulihkan, momen pada sendi S dihitung dengan melibatkan reaksi horisontal dari perletakan. Momen pada sendi S ini sama dengan nol.

3. PORTAL SIMETRIS.

a). Memikul Muatan Terpusat Tunggal.

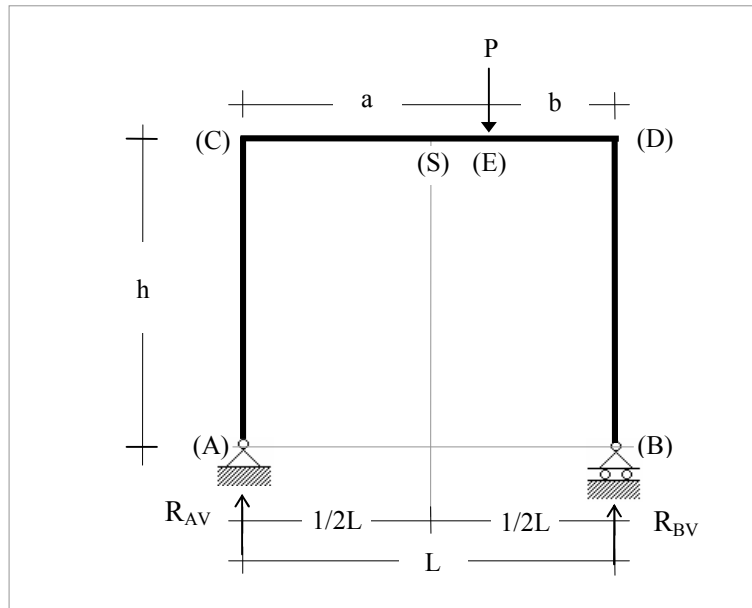


Gambar 3 : Bangunan Pelengkung tiga sendi memikul beban terpusat vertikal.

Penyelesaian :

a. Reaksi Perletakan.

Sendi S dihapus, dan perletakan B digantikan dengan rol.



Gambar 4 : Sendi (S) dihapus, perletakan (B) diganti dengan rol.

$$\begin{aligned} \Sigma M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - P \cdot b &= 0 \\ R_{AV} &= + P \cdot b/L \text{ (ton, keatas).} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + P \cdot a &= 0 \\ R_{BV} &= P \cdot a/L \text{ (ton, keatas).} \end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned} \Sigma V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} - P &= 0 \end{aligned}$$

Momen,

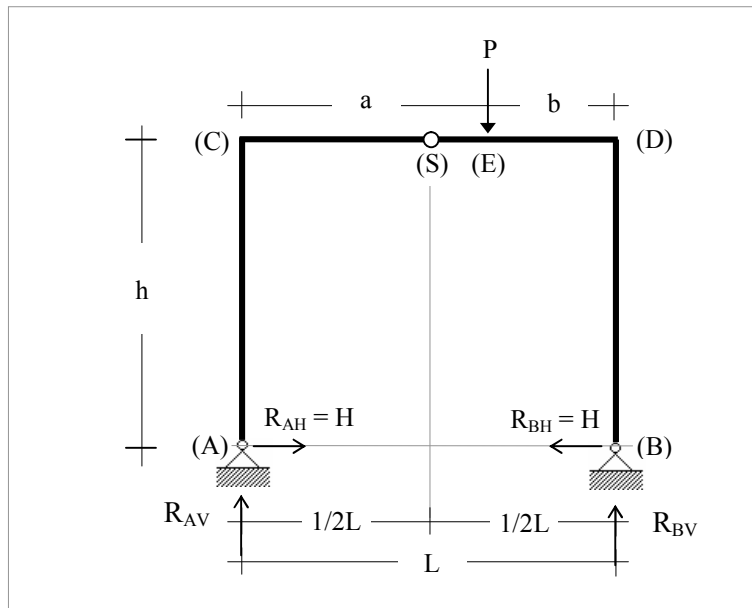
$$\begin{aligned} M_S^0 &= R_{AV} \cdot \frac{1}{2} L = + P \cdot b/L \cdot \frac{1}{2} L \\ &= P \cdot \frac{1}{2} b \text{ (t.m}^2\text{)} \end{aligned}$$

Setelah sendi S dipulihkan dan tumpuan B dikembalikan menjadi sendi, maka timbullah gaya pelengkung, momen pada S dihitung dari kiri,

$$\begin{aligned} \Sigma M_S &= 0 \\ M_S^0 - H \cdot h &= 0 \text{ (anggap gaya H ke kanan/ ke dalam)} \\ H &= M_S^0 / h = + (P \cdot \frac{1}{2} b)/h = + \frac{1}{2} P \cdot b/h \\ H &= \text{adalah gaya pelengkung, apabila bekerja kedalam bertanda positif.} \end{aligned}$$

$$R_{AH} = H = + \frac{1}{2} P \cdot b/h$$

$$\begin{aligned} \Sigma H &= 0 \\ R_{AH} + R_{BH} &= 0 \\ R_{BH} &= - R_{AH} = H = + \frac{1}{2} P \cdot b/h \text{ (ke kiri/ke dalam)} \end{aligned}$$



Gambar 5 : Sendi (S) dan sendi (B) dikembalikan.

Cara lain dapat dilakukan sebagai berikut,

$$\begin{aligned}\Sigma M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - P \cdot b &= 0 \\ R_{AV} &= + P \cdot b/L \text{ (ton, keatas)}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + P \cdot a &= 0 \\ R_{BV} &= P \cdot a/L \text{ (ton, keatas)}.\end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned}\Sigma V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} - P &= 0\end{aligned}$$

Misal R_{AH} ke kanan/ke dalam,

$$\begin{aligned}\Sigma M_S &= 0 \\ R_{AV} \cdot 1/2L - R_{AH} \cdot h &= 0 \\ R_{AH} &= R_{AV} \cdot 1/2L/h = P \cdot b/L \cdot 1/2L/h \\ R_{AH} &= 1/2 P \cdot b/h \text{ (ke kanan/ke dalam).} \\ R_{BH} &= -R_{AH} = -1/2 P \cdot b/h \text{ (ke kiri/ke dalam).}\end{aligned}$$

b. Gaya lintang.

$$\begin{aligned}D_{A-C} &= -H = -R_{AH} = -1/2 P \cdot b/h \text{ (ton).} \\ D_{C-E} &= +R_{AV} = P \cdot b/L \text{ (ton).} \\ D_{E-D} &= +R_{AV} - P = -R_{BV} = -P \cdot a/L \text{ (ton).} \\ D_{D-B} &= +R_{AH} = +1/2 P \cdot b/h = +R_{BH} \text{ (ton).}\end{aligned}$$

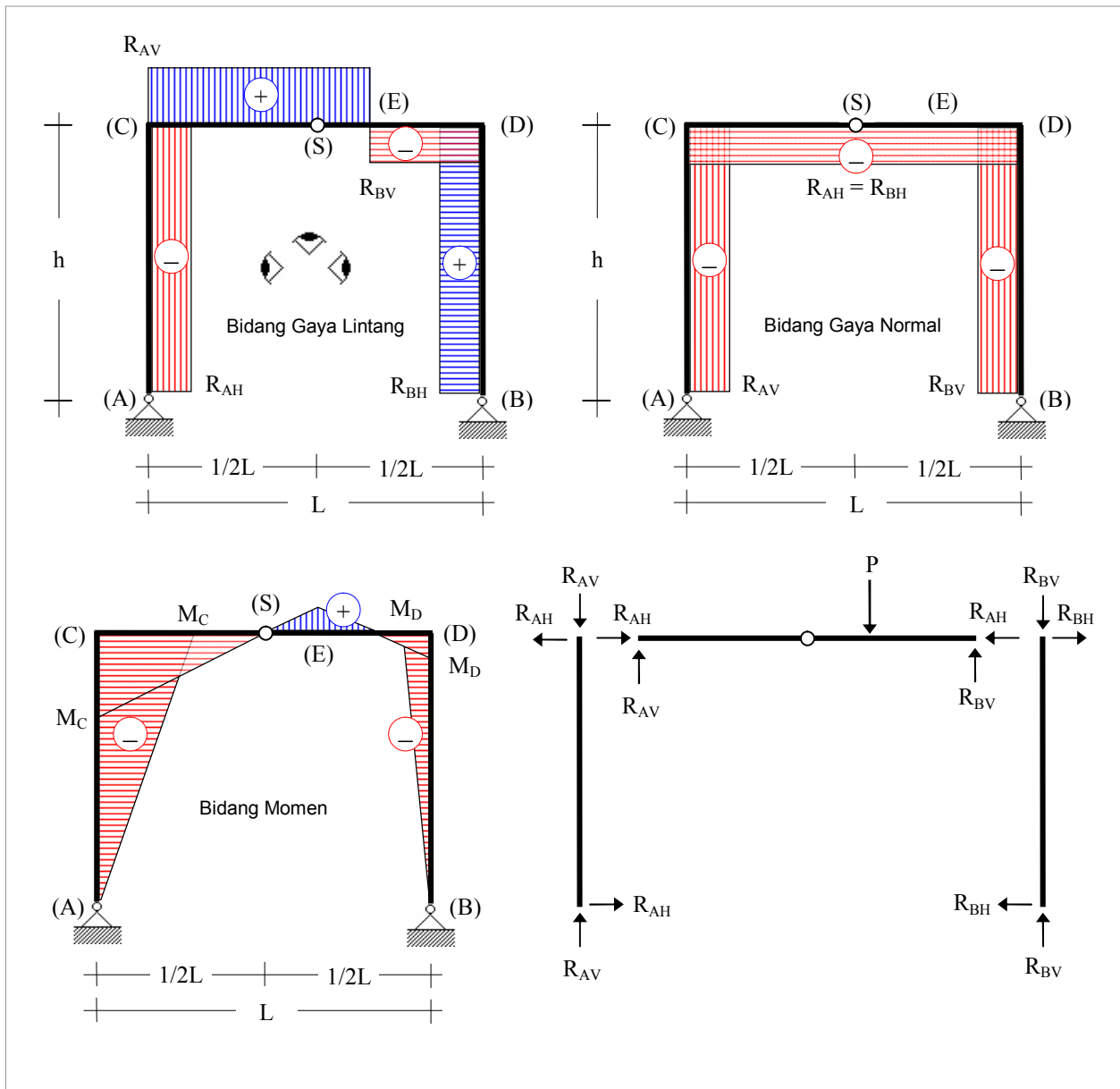
c. Momen.

$$\begin{aligned}M_A &= 0 \\ M_C &= -R_{AH} \cdot h = - (1/2 P \cdot b/h) \cdot h = -1/2 P \cdot b \\ M_S &= R_{AV} \cdot 1/2 L - R_{AH} \cdot h = P \cdot b/L \cdot 1/2 L - 1/2 P \cdot b = 0 \text{ (memenuhi)} \\ M_E &= R_{AV} \cdot a - R_{AH} \cdot h = P \cdot a \cdot b/L - 1/2 P \cdot b\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_D &= R_{AV} \cdot L - R_{AH} \cdot h - P \cdot b \\
 &= (P \cdot b/L) \cdot L - \frac{1}{2} P \cdot b - P \cdot b \\
 M_D &= -\frac{1}{2} P \cdot b \\
 M_B &= 0
 \end{aligned}$$

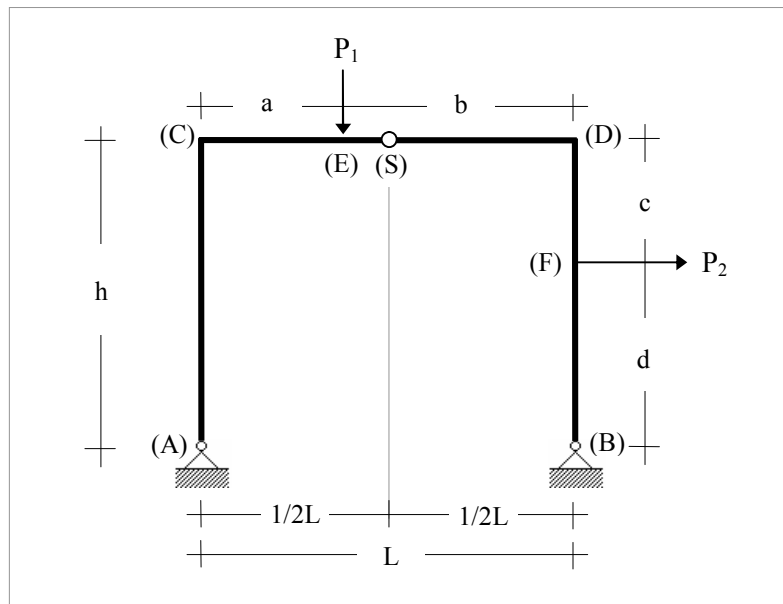
d. Gaya Normal.

$$\begin{aligned}
 N_{A-C} &= -R_{AV} \text{ (ton)}. \\
 N_{C-D} &= -R_{AH} \text{ (ton)}. \\
 N_{B-D} &= -R_{BV} \text{ (ton)}.
 \end{aligned}$$



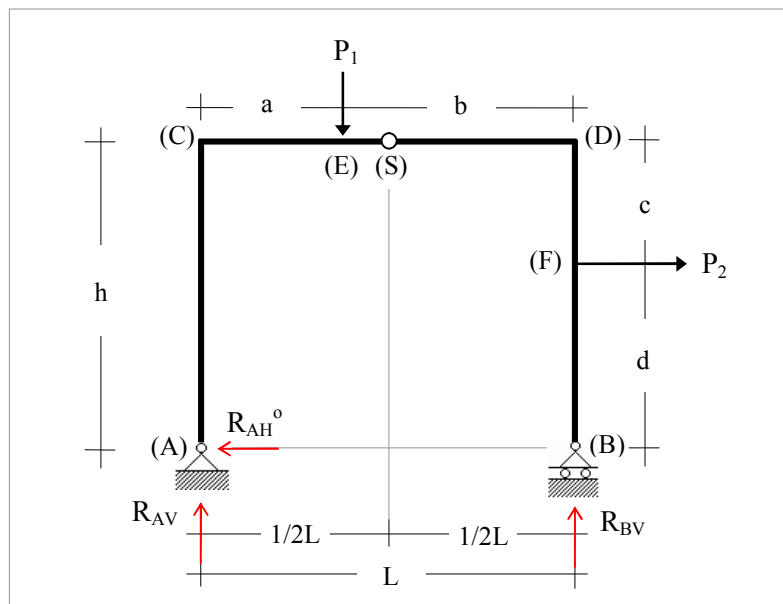
Gambar 6 : Gambar bidang gaya lintang, gaya normal, momen dan freebody.

b). Memikul Muatan Terpusat Vertikal dan Horizontal.



Gambar 7 : Portal tiga sendi simetris, memikul beban terpusat vertikal dan horizontal.

Penyelesaian :



Gambar 8 : Sendi diganti dengan perletakan rol.

Sendi S dihapus, dan perletakan B digantikan dengan rol.

a. Reaksi Perletakan.

$$\begin{aligned} \sum H &= 0, \\ -R_{AH}^{\circ} + P_2 &= 0 \\ R_{AH}^{\circ} &= P_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot b + P_2 \cdot d &= 0 \\ R_{AV} &= P_1 \cdot b/L - P_2 \cdot d/L \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + P_1 \cdot a + P_2 \cdot d &= 0 \\ R_{BV} &= P_1 \cdot a/L + P_2 \cdot d/L \end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned} \Sigma V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} - P_1 &= 0 \end{aligned}$$

Momen pada sendi S,

$$M_S^o = R_{AV} \cdot \frac{1}{2} L + R_{AH}^o \cdot h - P_1 \cdot (\frac{1}{2} L - a)$$

Sendi S dikembalikan, dan tumpuan rol dipulihkan lagi menjadi sendi, diperoleh gaya pelengkung,

$$\begin{aligned} M_S &= M_S^o - H \cdot h = 0 \\ H &= M_S^o/h \text{ (positip, arah kerja gaya H kedalam).} \end{aligned}$$

Reaksi mendatar,

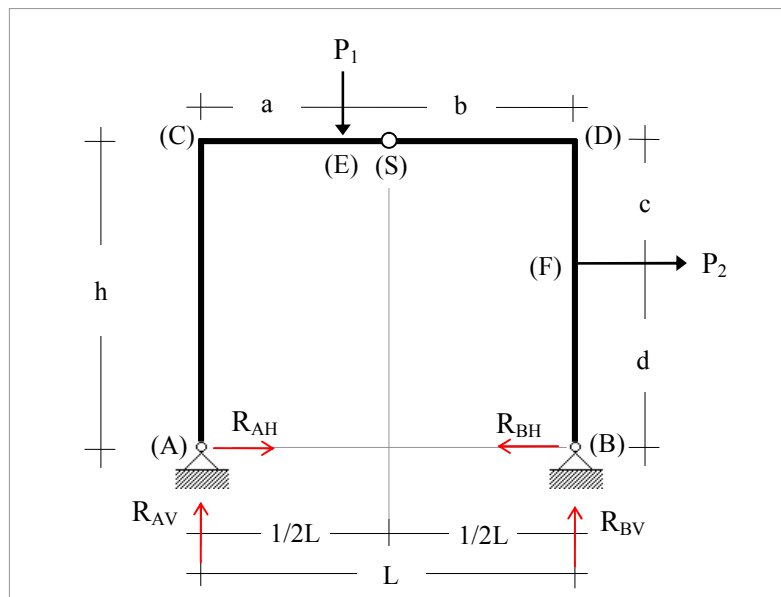
$$\begin{aligned} R_{AH} &= R_{AH}^o + H \text{ (positip, ke dalam atau ke kanan).} \\ R_{BH} &= H \text{ (positip, ke dalam atau ke kiri).} \end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned} \Sigma H &= 0, \\ R_{AH} + R_{BH} - P_2 &= 0 \end{aligned}$$

Catatan :

Soal ini dapat diselesaikan secara langsung tanpa harus menghapuskan sendi S dan mengganti sendi B dengan rol, yaitu dengan persamaan-persamaan $\Sigma M_A = 0$, $\Sigma M_B = 0$, $\Sigma M_S = 0$, $\Sigma H = 0$ dan $\Sigma V = 0$.



Gambar 9 : Perkiraan arah reaksi.

Tentukan lebih awal perkiraan arah reaksi perletakan baik vertikal maupun horisontal, seperti terlihat pada gambar 9 diatas.

Selanjutnya perhitungan tersebut,

$$\begin{aligned}\Sigma M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot b + P_2 \cdot d &= 0 \\ R_{AV} &= P_1 \cdot b/L - P_2 \cdot d/L\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + P_1 \cdot a + P_2 \cdot d &= 0 \\ R_{BV} &= P_1 \cdot a/L + P_2 \cdot d/L\end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned}\Sigma V &= 0, \\ R_{AV} + R_{BV} - P_1 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_S &= 0 \text{ (dari kiri)} \\ R_{AV} \cdot \frac{1}{2} L - R_{AH} \cdot h - P_1 \cdot (\frac{1}{2} L - a) &= 0 \\ R_{AH} &= R_{AV} \cdot \frac{1}{2} L/h - P_1 \cdot (\frac{1}{2} L - a)/h \\ \text{(bila positif, arahnya ke dalam atau ke kanan)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_S &= 0, \\ -R_{BV} \cdot \frac{1}{2} L + R_{BH} \cdot h - P_2 \cdot c &= 0 \\ R_{BH} &= R_{BV} \cdot \frac{1}{2} L/h + P_2 \cdot c/h \\ \text{(bila positif, arahnya ke dalam atau ke kiri)}\end{aligned}$$

Kontrol :

$$\begin{aligned}\Sigma H &= 0, \\ R_{AH} + R_{BH} + P_2 &= 0\end{aligned}$$

b. Gaya lintang.

$$\begin{aligned}D_{A-C} &= -R_{AH}. \\ D_{C-E} &= +R_{AV}. \\ D_{E-D} &= +R_{AV} - P_1. \\ D_{E-D} &= -R_{BV} \\ D_{D-F} &= +R_{AH}. \\ D_{F-B} &= +R_{AH} + P_2. \\ D_{F-B} &= +R_{BH}\end{aligned}$$

c. M o m e n t .

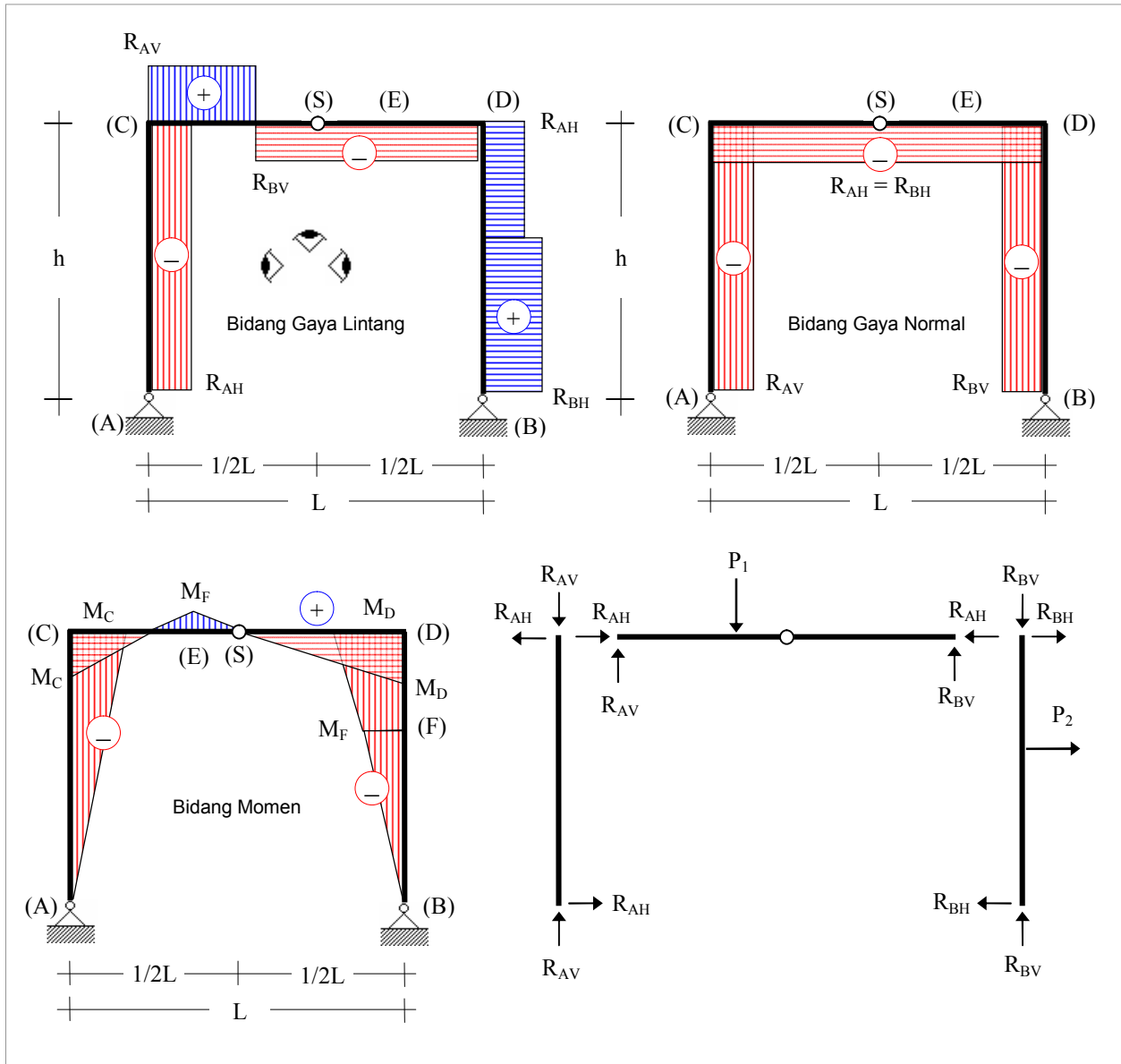
$$\begin{aligned}M_A &= 0 \\ M_C &= -R_{AH} \cdot h. \\ M_E &= R_{AV} \cdot a - R_{AH} \cdot h. \\ M_S &= R_{AV} \cdot \frac{1}{2} L - R_{AH} \cdot h - P_1 \cdot (\frac{1}{2} L - a) \\ M_S &= 0 \text{ (memenuhi).} \\ M_D &= R_{AV} \cdot L - R_{AH} \cdot h - P_1 \cdot b\end{aligned}$$

Atau,

$$\begin{aligned}M_D &= -R_{BH} \cdot h + P_2 \cdot c. \\ M_F &= -R_{BH} \cdot d. \\ M_B &= 0\end{aligned}$$

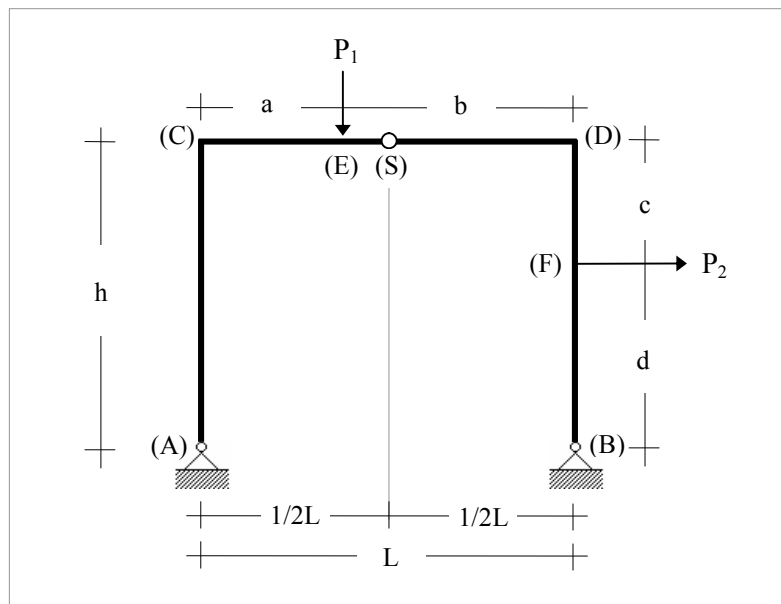
d. Gaya Normal.

$$\begin{aligned}N_{A-C} &= -R_{AV} \text{ (tekan, kalau reaksi } R_{AV} \text{ keatas).} \\ N_{C-D} &= -R_{AH} \text{ (tekan).} \\ N_{B-D} &= -R_{BV} \text{ (tekan).}\end{aligned}$$



Gambar 10 : Gambar bidang gaya lintang, gaya normal, momen dan freebody.

WORKSHOP/PELATIHAN



Diketahui : Kontruksi Portal Tiga Sendi seperti tergambar.
 Diminta : Hitung dan gambarkan bidang gaya lintang, gaya normal dan momen pada seluruh Bentang.

Data-data.

No. Stb.	L m	h m	a m	b m	c m	d m	P ₁ ton	P ₂ ton
-1	10.00	5.00	4.00	6.00	2.00	3.00	5.000	2.000
0	7.00	4.00	2.50	4.50	1.00	3.00	3.000	1.000
1	7.50	4.20	2.70	4.80	1.25	2.95	3.250	1.200
2	8.00	4.40	2.90	5.10	1.50	2.90	3.500	1.400
3	8.50	4.60	3.10	5.40	1.75	2.85	3.750	1.600
4	9.00	4.80	3.30	5.70	2.00	2.80	4.000	1.800
5	9.50	5.00	3.50	6.00	2.25	2.75	4.250	2.000
6	10.00	5.20	3.70	6.30	2.50	2.70	4.500	2.200
7	10.50	5.40	3.90	6.60	2.75	2.65	4.750	2.400
8	11.00	5.60	4.10	6.90	3.00	2.60	5.000	2.600
9	11.50	5.80	4.30	7.20	3.25	2.55	5.250	2.800

Diketahui : a = 4 m, b = 6 m, c = 2 m, d = 3 m, L = 10 m, h = 5 m,
 P₁ = 5 ton, P₂ = 2 ton.

Diminta : Hitung dan gambarkan bidang M, D dan N pada seluruh bentang.

Penyelesaian : Sendi B diganti dengan rol, dan sendi S dihapuskan sementara.

a. Reaksi Perletakan.

$$\begin{aligned} \sum M_B &= 0, \\ R_{AV} \cdot L - P_1 \cdot b + P_2 \cdot d &= 0 \\ R_{AV} &= P_1 \cdot b/L - P_2 \cdot d/L \\ &= 5 \cdot 6/10 - 2 \cdot 3/10 = 3 - 0,6 \\ R_{AV} &= + 2,4 \text{ ton (keatas)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_A &= 0, \\ -R_{BV} \cdot L + P_1 \cdot a + P_2 \cdot d &= 0 \\ R_{BV} &= P_1 \cdot a/L + P_2 \cdot d/L \end{aligned}$$

$$= 5 \cdot 4/10 + 2 \cdot 3/10 = 2 + 0,6$$

$$R_{BV} = + 2,6 \text{ ton (keatas).}$$

Kontrol :

$$\Sigma V = 0,$$

$$R_{AV} + R_{BV} - P_1 = 0$$

$$2,4 + 2,6 - 5 = 0 \text{ (memenuhi).}$$

$$\Sigma M_S = 0 \text{ (dari kiri)}$$

$$R_{AV} \cdot \frac{1}{2} L - R_{AH} \cdot h - P_1 \cdot (\frac{1}{2} L - a) = 0$$

$$R_{AH} = R_{AV} \cdot \frac{1}{2} L/h - P_1 \cdot (\frac{1}{2} L - a)/h$$

$$= 2,4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10/5 - 5 \cdot (\frac{1}{2} \cdot 10 - 4)/5 = 2,4 - 1$$

$$R_{AH} = + 1,4 \text{ ton (kekanan).}$$

$$\Sigma M_S = 0 \text{ (dari kanan)}$$

$$- R_{BV} \cdot \frac{1}{2} L + R_{BH} \cdot h - P_2 \cdot c = 0$$

$$R_{BH} = R_{BV} \cdot \frac{1}{2} L/h + P_2 \cdot c/h$$

$$= 2,6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10/5 + 2 \cdot 2/5 = 2,6 + 0,8$$

$$R_{BH} = + 3,4 \text{ ton (kekiri).}$$

Kontrol :

$$\Sigma H = 0,$$

$$R_{AH} + R_{BH} + P_2 = 0$$

$$1,4 - 3,4 + 2 = 0 \text{ (memenuhi).}$$

b. Gaya lintang.

$$D_{A-C} = - R_{AH} = - 1,4 \text{ ton.}$$

$$D_{C-E} = + R_{AV} = + 2,4 \text{ ton.}$$

$$D_{E-D} = + R_{AV} - P_1 = 2,4 - 5 = - 2,6 \text{ ton.}$$

$$D_{E-D} = - R_{BV}$$

$$D_{D-F} = + R_{AH} = + 1,4 \text{ ton.}$$

$$D_{F-B} = + R_{AH} + P_2 = 1,4 + 2 = + 3,4 \text{ ton.}$$

$$D_{F-B} = + R_{BH}$$

c. Momen.

$$M_A = 0$$

$$M_C = - R_{AH} \cdot h = - 1,4 \cdot 5 = - 7 \text{ t.m'}$$

$$M_E = R_{AV} \cdot a - R_{AH} \cdot h = 2,4 \cdot 4 - 1,4 \cdot 5 = + 2,6 \text{ t.m'}$$

$$M_S = R_{AV} \cdot \frac{1}{2} L - R_{AH} \cdot h - P_1 \cdot (\frac{1}{2} L - a)$$

$$= 2,4 \cdot 5 - 1,4 \cdot 5 - 5 \cdot (\frac{1}{2} \cdot 10 - 4) = 12 - 7 - 5$$

$$M_S = 0 \text{ (memenuhi).}$$

$$M_D = R_{AV} \cdot L - R_{AH} \cdot h - P_1 \cdot b = 2,4 \cdot 10 - 1,4 \cdot 5 - 5 \cdot 6 = 24 - 7 - 30$$

$$= - 13 \text{ t.m'}$$

Atau,

$$M_D = - R_{BH} \cdot h + P_2 \cdot c = - 3,4 \cdot 5 + 2 \cdot 2 = - 17 + 4 = - 13 \text{ t.m'}$$

$$M_F = - R_{BH} \cdot d = - 3,4 \cdot 3 = - 10,2 \text{ t.m'}$$

$$M_B = 0$$

d. Gaya Normal.

$$N_{A-C} = - R_{AV} = - 2,4 \text{ ton (tekan, kalau reaksi } R_{AV} \text{ keatas).}$$

$$N_{C-D} = - R_{AH} = - 1,4 \text{ ton (tekan).}$$

$$N_{B-D} = - R_{BV} = - 2,6 \text{ ton (tekan).}$$

KUNCI JAWABAN

REAKSI PERLETAKAN

No. Stb.	R_{AV} ton	R_{BV} ton	$R_{AV}+R_{BV}$ ton	R_{AH} ton	R_{BH} ton	$R_{AH} - R_{BH} + P_2$ ton
-1	2.400	2.600	5.000	1.400	3.400	0.000
0	1.500	1.500	3.000	0.563	1.563	0.000
1	1.608	1.642	3.250	0.623	1.823	0.000
2	1.724	1.776	3.500	0.692	2.092	0.000
3	1.846	1.904	3.750	0.768	2.368	0.000
4	1.973	2.027	4.000	0.850	2.650	0.000
5	2.105	2.145	4.250	0.937	2.938	-0.001
6	2.241	2.259	4.500	1.030	3.230	0.000
7	2.380	2.370	4.750	1.126	3.526	0.000
8	2.522	2.478	5.000	1.227	3.827	0.000
9	2.666	2.584	5.250	1.331	4.131	0.000

GAYA LINTANG & NORMAL

No. Stb.	D_{A-C} ton	D_{C-E} ton	D_{E-D} ton	D_{D-F} ton	D_{F-B} ton	N_{A-C} ton	N_{C-D} ton	N_{B-D} ton
-1	-1.400	2.400	-2.600	1.400	3.400	-2.400	-1.400	-2.600
0	-0.563	1.500	-1.500	0.563	1.563	-1.500	-0.563	-1.500
1	-0.623	1.608	-1.642	0.623	1.823	-1.608	-0.623	-1.642
2	-0.692	1.724	-1.776	0.692	2.092	-1.724	-0.692	-1.776
3	-0.768	1.846	-1.904	0.768	2.368	-1.846	-0.768	-1.904
4	-0.850	1.973	-2.027	0.850	2.650	-1.973	-0.850	-2.027
5	-0.937	2.105	-2.145	0.937	2.937	-2.105	-0.937	-2.145
6	-1.030	2.241	-2.259	1.030	3.230	-2.241	-1.030	-2.259
7	-1.126	2.380	-2.370	1.126	3.526	-2.380	-1.126	-2.370
8	-1.227	2.522	-2.478	1.227	3.827	-2.522	-1.227	-2.478
9	-1.331	2.666	-2.584	1.331	4.131	-2.666	-1.331	-2.584

MOMEN

No. Stb.	M_C t.m'	M_E t.m'	M_S t.m'	M_D t.m'	M_F t.m'
-1	-7.0000	2.6000	0.00	-13.0000	-10.2000
0	-2.2520	1.4980	0.00	-5.2520	-4.6890
1	-2.6166	1.7250	0.00	-6.1566	-5.3779
2	-3.0448	1.9548	0.00	-7.1028	-6.0668
3	-3.5328	2.1898	0.00	-8.0918	-6.7488
4	-4.0800	2.4309	0.00	-9.1230	-7.4200
5	-4.6850	2.6825	0.00	-10.1875	-8.0795
6	-5.3560	2.9357	0.00	-11.2960	-8.7210
7	-6.0804	3.2016	0.00	-12.4404	-9.3439
8	-6.8712	3.4690	0.00	-13.6292	-9.9502
9	-7.7198	3.7440	0.00	-14.8608	-10.5341